DOI:10.14188/j.1671-8844.2025.0267 文章编号:1671-8844(XXXX)XX-0001-13

融合动力学结构与KMCrossformer深度学习的电价跳跃扩散预测模型

李霁珂,胡志坚

(武汉大学电气与自动化学院,湖北 武汉 430072)

摘要:随着电力市场环境的日益复杂,电价序列中呈现出愈加显著的非线性波动特征及尖峰行为。为提升电价预测的精度,提出一种跳跃扩散变体框架下的动力学预测模型。首先,基于局部离群因子(Local Outlier Factor,LOF)识别出局部离群点并通过时间缓冲机制聚合为跳跃事件簇;其次,引入Koopman算子对系统的非线性演化过程进行升维建模,从中解耦出跳跃项在状态空间中的主导动力学模式;最后,在升维层面将解耦模式作为高维特征嵌入至KMCrossformer跨维度注意力机制网络,在深层次融合跳跃项与扩散项的同时,实现对电价序列长期趋势与短时剧烈扰动的协同建模。研究通过澳大利亚昆士兰州数据集的算例分析证明了所提出预测模型在尖峰捕捉能力与整体预测分布拟合度方面的优越性。

关键词:电价预测;跳跃扩散模型;Koopman模式;深度学习

中图分类号:F407.61 **文献标志码:**A

Electricity price Jump-Diffusion forecasting model integrating dynamical structure and KMCrossformer deep learning

LI Jike, HU Zhijian

(School of Electrical Engineering and Automation, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: With the increasing complexity of the electricity market environment, electricity price series exhibit increasingly pronounced nonlinear fluctuations and spike behaviors. To enhance the accuracy of electricity price forecasting, this study proposes a dynamical prediction model under a Jump-Diffusion variant framework. First, the Local Outlier Factor (LOF) method is employed to identify local outliers, which are then aggregated into jump event clusters via a temporal buffering mechanism. Second, the Koopman operator is introduced to perform a lifted modeling of the system's nonlinear evolution, enabling the decoupling of dominant dynamical modes associated with jump components in the state space. Finally, at the lifted level, the decoupled modes are embedded as high-dimensional features into the KMCrossformer network with a cross-dimensional attention mechanism. This design allows for deep integration of jump and diffusion components, thereby achieving coordinated modeling of both long-term trends and short-term abrupt disturbances in electricity price series. Case studies based on the Queensland, Australia dataset demonstrate the proposed model's superiority in spike

收稿日期:2025-06-27

作者简介:李霁珂(2001-),女,硕士研究生,主要从事电力系统稳定与控制研究,E-mail: jacqueline2025@whu.edu.cn。

通信作者:胡志坚(1969-),男,教授,博士生导师,主要从事配电网优化配置与经济运行等研究,E-mail: zhijian_hu@163.com。

基金项目:广东电网公司重点科技项目(编号:030600KC23100019)。

本文引用格式:李霁珂,胡志坚.融合动力学结构与KMCrossformer深度学习的电价跳跃扩散预测模型[J].武汉大学学报(工学版),XXXX,XX(XX):1-13.

Citation: LI Jike, HU Zhijian. Electricity price Jump-Diffusion forecasting model integrating dynamical structure and KMCrossformer deep learning[J]. Engineering Journal of Wuhan University, XXXX, XX(XX):1-13.

capturing ability and overall distributional fit of predictions.

Key words: electricity price forecasting; Jump-Diffusion Model; Koopman modes; deep learning

在“双碳”目标背景下,《关于加快建设全国统一电力市场体系的指导意见》明确提出,应推动电力资源在更大范围内实现共享互济与优化配置。鉴于电力系统的实时供需平衡要求,电价作为市场核心变量,其变动通常综合反映了市场信息与影响因素的复杂交互。因此,如何准确预测电价已成为电力市场研究中的关键问题。

现有的时间序列预测模型主要可分为两大类:统计经济学模型与神经网络模型。统计经济学模型主要基于历史数据及影响因素构建回归模型,典型代表包括累积式自回归滑动平均模型[1](Auto Regressive Integrated Moving Average, ARIMA)、广义自回归条件异方差模型[2](Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity, GARCH)等。这类方法在处理线性关系和短期波动时具有优势,但在建模复杂动态过程以及多变量交互关系时存在明显局限。神经网络模型则以神经网络为核心,包括反向传播神经网络[3](Back Propagation Neural Network, BP)、支持向量机[4](Support Vector Machine, SVM)、循环神经网络[5](Recurrent Neural Network, RNN)、卷积神经网络[6](Convolutional Neural Networks,CNN)等。而长短期记忆网络[7](Long Short-Term Memory, LSTM)作为RNN的改进结构,引入了门控机制与信息通道,使其能够捕捉较长时间步的依赖信息。但随着时间延长,仍会逐渐丢失部分信息。为此,Transformer架构[8]近年来被提出并广泛应用。该模型摒弃了传统的循环结构,完全基于注意力机制建模输入与输出之间的全局依赖关系,从而显著提升了对长期依赖模式的捕捉能力。在此基础上,Autoformer模型[9]引入深度分解模块并结合自相关机制降低计算复杂度;而PatchTST模型[10]则通过分块结构在保留局部语义信息的同时进一步降低了计算成本。然而,PatchTST所采用的通道独立建模假设可能忽略多维变量间的交互关联性,从而影响预测性能。

值得一提的是,尽管已有相当多的研究都关注到电价的高度波动性,并且通常会伴随着高出常规水平数十倍甚至数百倍的价格尖峰。截止目前,绝大多数电价预测研究仍主要聚焦于电价的正常波动范围,而对异常飙升信号的处理通常体现于通过异常值剔除或过滤机制将预测范围限定在常规水平内[11]。正因如此,如何将价格尖峰有效纳入电价建模与预测框架,在国内仍存在较大空白。

相比之下,国外对该领域的研究从传统的统计经济学方法出发。根据文献[12],传统方法旨在描述电价的时序轨迹,广义上可分为三类:自回归时间序列模型、马尔可夫转换模型以及跳跃扩散模型。其中,文献[13]将尖峰建模为服从泊松分布的随机跳跃过程;马尔可夫转换模型[14]假定电价在任一时刻处于三个预定义状态之一,且状态转移遵循固定概率的马尔可夫过程;而在跳跃扩散方法中,文献[15]将电价的动态过程分解为扩散项与跳跃项分别进行建模,核心难点在于区分价格变化中哪些成分源自跳跃过程的离散冲击,哪些则归因于扩散过程所导致的平稳波动。

与时间序列预测的发展趋势类似,近年来的研究也逐渐引入机器学习挖掘技术应对尖峰预测。由于极端电价事件在总体数据中所占比例极低,是一种典型的非平衡数据集,现有研究常采用分阶段的数据挖掘策略[16,17]。文献[18]的第一阶段提出了一种基于深度神经网络的尖峰发生预测方案,第二阶段结合人工神经网络构建尖峰校准模型进一步提高预测精度。文献[19]采用加权K最近邻算法对尖峰发生进行分类检测,并将其作为附加指标输入至高斯过程回归预测模型中。

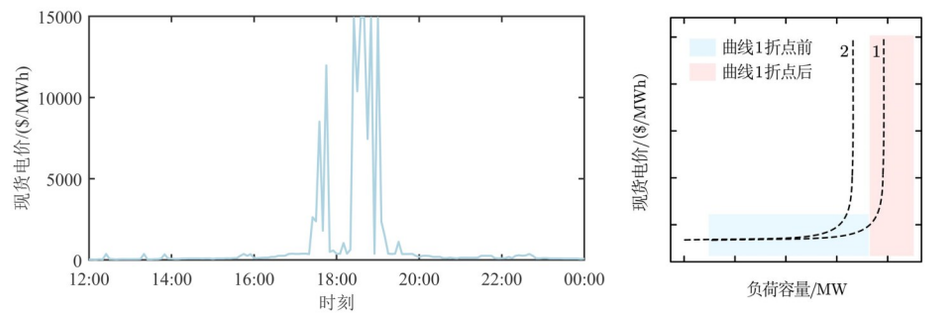
综上所述,针对电价序列中呈现的复杂波动模式与尖峰行为,传统统计方法常表现出建模能力不足的局限性。尽管部分机器学习模型已关注到尖峰样本的稀疏性,尝试采用分阶段建模策略对其进行渐进式挖掘,但普遍缺乏与统计经济学理论的系统性整合,难以实现数据特征与潜在机理之间的有效融合。

基于上述分析,本文创新性地将计量经济学中的跳跃扩散模型与机器学习挖掘技术相结合,提出了一种引入动力学结构的适应性形式。具体而言,基于Koopman算子理论在动力学层面实现跳跃项与扩散项的解耦,并将提取的高维模式嵌入至KM-Crossformer深度学习,实现跳跃扩散变体框架下的动力学扩展预测。

1 数据预处理与突变识别

在电力市场环境下,价格波动呈现出由供需关

系驱动的显著非线性特征。在常规负荷水平下，电价随系统负荷相对平稳地变动；而在高负荷时段（例如图1(a)中的17:00～20:00用电高峰时段），电价更易出现跳跃或尖峰异常行为。这使得电力供给曲线通常呈现图1(b)中的“曲棍球棒”形态[20]，其特征是在某一明显折点之后，报价随负荷几乎呈垂直上升。这一结构形态直观揭示了市场价格形成机制的状态特性：系统负荷超过该折点后，即便是微小的负荷增加，也可能触发电价的剧烈跃升。



(a) 澳大利亚昆士兰州电力市场于2024年1月19日的电价分布情况　　(b) 电力供给曲线形态

图1　电价演化示意图：分阶段价格波动特征

Fig. 1　Schematic representation of electricity price evolution: volatility characteristics at different stages

这一特性对电力市场存在正负两方面的影响[21]：一方面，以2000年美国加利福尼亚州电力市场危机为例，电价的剧烈波动可能对市场运行秩序造成冲击，甚至直接诱发电力供应危机；另一方面，若发电商能够在现货市场中以极高的电价成功售电，这一特性则可视为获取超额收益的契机。

针对上述异常行为，本节首先引入一套结合非线性压缩与密度感知机制的局部离群点识别流程。

1.1　数据预处理

考虑到电价序列中的异常高值易掩盖真实密度结构，非线性对数压缩策略在保留正常价格（$p \leqslant \bar{p}$）原始结构的同时，抑制极端高值对密度分布的干扰，从而避免价格尖峰过度主导整体分析。

设原始电价序列为 $p=\{p_1,p_2,\cdots,p_n\}$，$\bar{p}$ 为该序列的全局均值。压缩变换如式(1)所示：

$$p_i'=\begin{cases} p_i, & p_i \leqslant \bar{p} \\ \bar{p}+\bar{p}\cdot\lg\left(\dfrac{p_i}{10\cdot\bar{p}}\right), & p_i>\bar{p} \end{cases} \tag{1}$$

在此基础上，对电价 p_i' 与原始负荷值 d_i 执行归一化操作，结果分别记为 p_i^{norm} 与 d_i^{norm}：

$$\begin{cases} p_i^{\text{norm}}=\dfrac{p_i'-\min(p')}{\max(p')-\min(p')} \\ d_i^{\text{norm}}=\dfrac{d_i-\min(d)}{\max(d)-\min(d)} \end{cases} \tag{2}$$

为表述简洁，后文若未特别说明，p_i 与 d_i 均指代已归一化后的变量。

1.2　局部离群因子算法

考虑到图1(b)中电价的“曲棍球棒”形态在折点前后表现出显著差异的非线性响应特征，有必要将其划分为两类具有差异化规律的区域，以支撑更精细的机理分析与模型构建。

基于此，本文引入局部离群因子[22]（Local Outlier Factor，LOF）方法，用于在多密度结构共存的数据中识别出局部稀疏区域，从而确定负荷条件下可能引发电价突变的潜在触发区间。

已知由二维坐标 (p_i,l_i) 组成特征空间 G，对于任意点 $a\in G$，LOF的计算包含以下步骤：

(1)定义数据点 a 到数据点 b 的距离为欧式距离：

$$d(a,b)=/\!/\,a-b\,/\!/ \tag{3}$$

(2)引入第 k 距离 $d_k(a)$，代表使得集合中至少存在 k 个点（不包括自身）与 a 的距离小于或等于 $d_k(a)$，且至多存在 $k-1$ 个点与 a 的距离严格小于 $d_k(a)$。据此定义第 k 距离邻域 $N_k(a)$ 为：

$$N_k(a)=\left\{b\in D\backslash\{a\}\,\middle|\,d(a,b)\leqslant d_k(a)\right\} \tag{4}$$

(3)定义点 b 到点 a 的可达距离为：

$$\text{reach_dist}_k(b,a)=\max\left\{d_k(b),d(b,a)\right\} \tag{5}$$

该定义的目的在于缓解由于局部密集点导致的密度估计失真问题。即使 a 距离某一临近点 b 极近，若 b 本身处于高密度区域，其第 k 距离也能对可达距离形成下限。

在此基础上，如式(6)所示，定义点 a 的局部可

达密度(Local Reachability Density, LRD)为其第 k 邻域中所有点对 a 可达距离的倒数均值,反映了点 a 所处区域的稠密程度。其值越大,表示该点所处区域越密集,反之则越稀疏。

$$\mathrm{lrd}_k(a)=\left(\frac{1}{\left|N_k(a)\right|}\sum_{b\in N_k(a)}\mathrm{reach_dist}_k(b,a)\right)^{-1} \tag{6}$$

(4)将点 a 的局部离群 LOF 值定义为邻域中所有点的局部密度均值与该点自身局部密度的比值:

$$\mathrm{LOF}_k(a)=\frac{1}{\left|N_k(a)\right|}\sum_{b\in N_k(a)}\frac{\mathrm{lrd}_k(b)}{\mathrm{lrd}_k(a)}=\frac{\overline{\mathrm{lrd}_k(b)}}{\mathrm{lrd}_k(a)} \tag{7}$$

若该值大于分位阈值(如式(8)所示),则说明点 a 的密度远低于邻域密度,视作离群点。

$$A=\{a\in D\,|\,\mathrm{LOF}_k(a)>\theta_{\%}\} \tag{8}$$

1.3 考虑时间缓冲的跳跃簇聚类

在识别出局部异常后,研究进一步对离群点集合 A 进行时间尺度下的聚类分析。具体而言,采用缓冲区的概念[23]:对于任意一个离群点,向前后扩展一定长度的时间缓冲区,若其他离群点落入该范围,则判定这些离群点属于同一跳跃事件簇;否则认为是独立事件。若多个缓冲区出现重叠,则将对应的离群点集合进行合并,形成更大的跳跃事件簇。

2 跳跃扩散变体框架下的动力学尖峰预测

2.1 跳跃扩散变体框架

为同时建模电价的连续变化与非连续跳跃,本文构建了一种跳跃扩散模型(Jump-Diffusion Model)变体,将电价序列 p_t 表示为扩散项与负荷激发的跳跃项的组合:

$$p_t=f_{\mathrm{diff}}\left(\{p_k,l_k,J_k\}_{k=t-w}^{t-1}\right)+\delta_t\cdot J_t \tag{9}$$

式中:

1)跳跃项 J_t:反映电价在高负荷状态下可能发生的突变行为;

2)扩散项 f_{diff}:表示电价在正常阶段随负荷和系统状态平稳演化的趋势项,该预测值可视作一种数据驱动的映射,由改进后的深度学习(KMCrossformer)在多维历史信息与跳跃输入条件下逼近和学习其时变趋势。$\{t-w:t-1\}$ 表示长度为 w 的历史观测窗口,不仅考虑负荷 l_k 与电价 p_k,由于系统"常规趋势"在跳跃激发下可能发生结构性改变,因此将跳跃信息 J_k 也作为输入变量纳入扩散项建模;

3)激活函数 $\delta_t=\mathbb{I}(J_t>J^*)$:鉴于系统在面对扰动时具备一定的自我调节能力,只有当不稳定趋势强度 J_t 超过预设的临界动力学阈值 J^* 时,系统才会由稳态跃迁至非连续的异常跃迁状态;而低于该阈值的模式虽然可能存在局部扰动,但不足以显著改变电价的整体演化轨迹。

模型示意图如图 2 所示。跳跃项的建模基于 Koopman 模式分解(Koopman Mode Decomposition, KMD)提取高负荷驱动下的动力结构;扩散项则融合 KMD 协同输入与 Crossformer 深度学习架构,综合构造 KMCrossformer 模型进行动态预测。

2.2 基于 Koopman 算子的跳跃项动力学建模

2.2.1 Koopman 算子理论

由于跳跃行为通常源于系统状态的潜在非线性演化,Koopman 理论将非线性系统通过观测函数映射到高维空间并在该空间中用线性算子描述系统演化,从而实现全局线性建模[24]。

式(10)假设 $\boldsymbol{x}$ 表示空间 $\mathbb{X}$ 中电力系统的所有内部状态,其时间演化由非线性映射 $\boldsymbol{T}$ 表示。

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x}_k) \tag{10}$$

式中,$k=0,1,\cdots,N-1$。

大多数动力系统所关注的可观测物理量往往

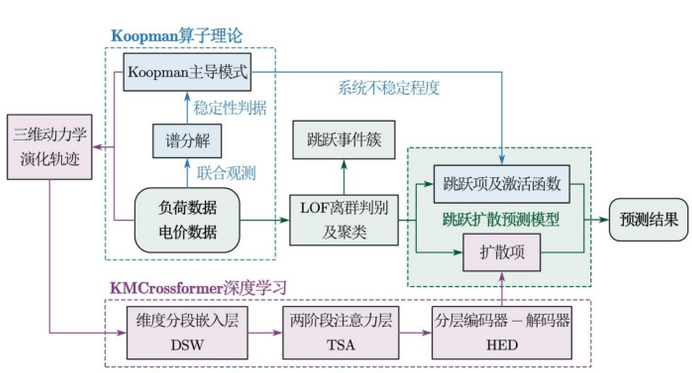


图 2 融合动力学结构与深度学习的跳跃扩散预测模型

Fig. 2 Jump-Diffusion forecasting model integrating dynamical structure and deep learning

是定义在状态空间上的函数。传统Koopman应用多聚焦于潮流、电压等单一物理量的建模，难以揭示复杂系统的完整动态[25]。

为更系统地表征电力系统的动态响应路径，基于已有的负荷变量$l_k=l(\boldsymbol{x}_k)$和电价变量$p_k=p(\boldsymbol{x}_k)$，提出联合观测机制。一方面，负荷作为系统受外部需求侧扰动的驱动特征；另一方面，电价体现系统在当前状态下的市场响应。通过构造联合观测函数$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}):=\begin{bmatrix}l(\boldsymbol{x}) & p(\boldsymbol{x})\end{bmatrix}^T$，可以将系统状态$\boldsymbol{x}$映射至“负荷—电价”观测空间$\mathbb{R}^2$，从而在综合外部驱动与市场响应协同信息的同时，实现负荷驱动—系统内部状态—电价响应的因果链式表示。

在此基础上，如图3所示，Koopman算子$\mathcal{K}$被定义为观测函数$\boldsymbol{g}$在状态演化T下的线性推进：

$$(\mathcal{K}\boldsymbol{g})(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{g}(T(\boldsymbol{x})) \tag{11}$$

即：

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_{k+1})=\mathcal{K}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k) \tag{12}$$

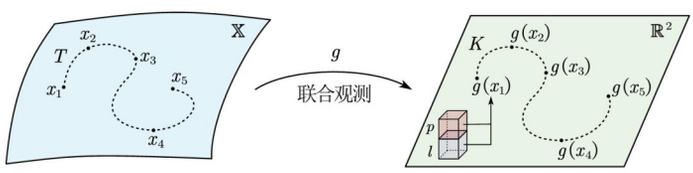


图3 非线性系统的Koopman算子理论框架示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the Koopman operator theoretical framework for nonlinear systems

综上所述，尽管电力系统本身以非线性方式演进，但在足够高维的观测空间中认为系统通过$\mathcal{K}$线性演进。理论上，其无限维表示可完整描述系统动态，但出于计算与分析的可行性，构建有效的有限维近似成为关键任务。

2.2.2 基于Arnoldi迭代的谱分解

在Koopman分析中，$\mathcal{K}$作用于联合观测函数$\boldsymbol{g}$，被视为矩阵变换。在线性代数中，变换通常可以由其特征值和特征向量完全描述。这一分解步骤称为特征分解，又称谱分解。

假设$\mathcal{K}$是一个具有离散谱的线性算子，可以找到一组正交的特征函数$\varphi_j(j=1,2,\cdots)$及对应特征值λ_j，满足式(13)。

$$\mathcal{K}\varphi_j(\boldsymbol{x})=\lambda_j\varphi_j(\boldsymbol{x}) \tag{13}$$

对于$\mathcal{K}$，所有特征函数φ_j完备且正交，故可将其作为新基底向量；而所有特征值λ_j的集合称为Koopman算子的点谱。在由新基底φ_j张成的空间坐标系下，定义$\boldsymbol{V}_j$是联合观测函数$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$关于特征函数$\varphi_j$的展开系数，也称为第$j$个Koopman模式[26]，则观测函数$\boldsymbol{g}(x)$可以展开为：

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})=\sum_{j=1}^{\infty}\varphi_j(x)\boldsymbol{V}_j \tag{14}$$

系统状态沿时间演化，$\boldsymbol{g}_k=\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k)$。基于式(14)推导出的展开表达如式(15)所示。

$$\boldsymbol{g}_k=\sum_{j=1}^{\infty}\lambda_j^k\varphi_j(x_0)\boldsymbol{V}_j \tag{15}$$

式中，特征值λ_j描述相关Koopman模式V_j的时间特征：λ_j的辐角决定模式频率，λ_j的模长$|\lambda_j|$决定模式增长率。

在实际应用的高维系统中，Koopman算子的谱通常无法显式获得。本文采用Arnoldi迭代[27]构建Krylov子空间$span\{\boldsymbol{g}_0,\mathcal{K}\boldsymbol{g}_0,\cdots,\mathcal{K}^{N-1}\boldsymbol{g}_0\}$，流程如图4所示。在该Krylov子空间中，式(16)通过提取前$N-1$个模式形成Ritz近似展开式，从而实现对谱信息的有限维逼近。下文统一采用符号$\cdot$表示Ritz近似，以区分原始量与其近似表示。

$$\boldsymbol{g}_k=\sum_{j=1}^{N-1}\tilde{\lambda}_j^k\widetilde{\boldsymbol{V}_j} \tag{16}$$

针对各模式，$\tilde{\lambda}_j$为Ritz值，近似对应于式(15)中的λ_j；$\widetilde{\boldsymbol{V}_j}$为Ritz向量，吸收了初始特征函数值$\varphi_j(x_0)$，因此近似对应于式(15)中的$\varphi_j(x_0)\boldsymbol{V}_j$。

具体而言，Arnoldi算法通过逐步迭代将$\mathcal{K}$投影到Krylov子空间上，构造了一个在该子空间上的低维近似矩阵：

$$\boldsymbol{K}_r=\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}_0 & \boldsymbol{g}_1 & \cdots & \boldsymbol{g}_{N-1}\end{bmatrix} \tag{17}$$

当N足够大时，这些向量趋于线性相关。理想情况下，希望向量$\boldsymbol{g}_{N-1}$能被其前序向量线性表示，则无需再扩展子空间维度。由于这种严格的线性关系往往难以满足，式(18)引入残差向量$\boldsymbol{r}$度量$\boldsymbol{g}_{N-1}$与其线性近似之间的偏差。当$\boldsymbol{r}\perp span\{\boldsymbol{g}_0,\cdots,\boldsymbol{g}_{N-2}\}$时，残差取最小。

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{g}_{N-1}-\sum_{j=0}^{N-2}c_j\boldsymbol{g}_j \tag{18}$$

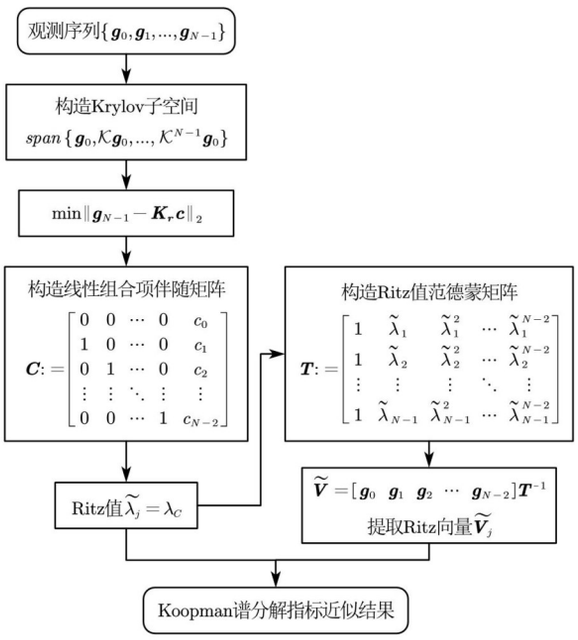


图4 Arnoldi算法流程图

Fig. 4 Flowchart of the Arnoldi algorithm

式中,c_j表示线性组合的系数,定义系数向量$\mathbf{c}:=\begin{bmatrix}c_0&c_1&\cdots&c_{N-2}\end{bmatrix}^T$。,式(18)写作:

$$\boldsymbol{g}_{N-1}=\boldsymbol{K}_r\boldsymbol{c}+\boldsymbol{r} \tag{19}$$

针对式(17),将$\mathcal{K}$作用于K_r,并对$\boldsymbol{g}_{N-1}$根据式(19)展开得到:

$$\mathcal{K}\boldsymbol{K}_r=\boldsymbol{K}_r\boldsymbol{C}+\boldsymbol{r}\boldsymbol{e}^T \tag{20}$$

式中,$\boldsymbol{e}=(0,\cdots,1)$,$\boldsymbol{C}$为线性组合项伴随矩阵,且存在特征对$(\lambda_C,\boldsymbol{\alpha}_C)$满足公式(22):

$$\boldsymbol{C}:=\begin{bmatrix}0&0&\cdots&0&c_0\\1&0&\cdots&0&c_1\\0&1&\cdots&0&c_2\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&1&c_{N-2}\end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{C}\boldsymbol{\alpha}_C=\lambda_C\boldsymbol{\alpha}_C \tag{22}$$

当$\boldsymbol{r}$较小时,可忽略不计。结合式(19)与式(22),可以推导出:如式(23)所示,原高阶矩阵$\mathcal{K}$的特征值可由伴随矩阵$\boldsymbol{C}$的特征值λ_C近似表征,也即Ritz值。

$$\tilde{\lambda}_j=\lambda_C \tag{23}$$

在此基础上,如式(16)所示进行基底展开。设$\tilde{\boldsymbol{V}}=\begin{bmatrix}\widetilde{\boldsymbol{V}_0}&\widetilde{\boldsymbol{V}_1}&\cdots&\tilde{\boldsymbol{V}}_{N-2}\end{bmatrix}$,$T$是以Ritz值构造的范德蒙德矩阵:

$$T:=\begin{bmatrix}1&\tilde{\lambda}_1&\tilde{\lambda}_1^2&\cdots&\tilde{\lambda}_1^{N-2}\\1&\tilde{\lambda}_2&\tilde{\lambda}_2^2&\cdots&\tilde{\lambda}_2^{N-2}\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\1&\tilde{\lambda}_{N-1}&\tilde{\lambda}_{N-1}^2&\cdots&\tilde{\lambda}_{N-1}^{N-2}\end{bmatrix} \tag{24}$$

最终,Ritz向量$\widetilde{\boldsymbol{V}_j}$可由联合观测数据矩阵与矩阵$T$反演后得到:

$$\tilde{\boldsymbol{V}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}_0&\boldsymbol{g}_1&\cdots&\boldsymbol{g}_{N-2}\end{bmatrix}T^{-1} \tag{25}$$

2.2.3 动力学主导模式

通过谱分解,联合观测数据被表示为一组振荡或指数(增长或衰减)趋势演变的Koopman模式,这一过程称为Koopman模式分析。基于该分析,可对系统在高负荷激发下的主导动力模式进行建模,从而为跳跃扩散模型中的跳跃项赋予可解释的动力结构。

在Koopman模式分解中,Ritz值的模长决定了该模式随时间的增长或衰减速度:

1)若$\left|\tilde{\lambda}_j\right|>1$:该模式随时间指数增长,表示系统中可能存在不稳定或激发行为;

2)若$\left|\tilde{\lambda}_j\right|=1$:模式处于边界状态,表示稳定但持续振荡;

3)若$\left|\tilde{\lambda}_j\right|<1$:模式随时间指数衰减,系统处于收敛或耗散演化中。

据此,可通过Ritz值的谱半径$\rho=\max_j\left|\tilde{\lambda}_j\right|$来判断当前时段系统的稳定性,通过使用argmax或argmin函数找出函数取最大值或最小值时的自变量,根据不同情况选取主导模式[28]。具体而言,若$\rho>1$,即系统整体都呈现不稳定增长趋势,因此主导模式对应于模长最大的Ritz值,亦即增长最快的模式$j_{\mathrm{dom}}=\mathrm{argmax}_j\left|\tilde{\lambda}_j\right|$;反之,系统整体则处于稳定或衰减状态,因此主导模式对应于模长最小的Ritz值,亦即收敛最快的模式$j_{\mathrm{dom}}=\mathrm{argmin}_j\left|\tilde{\lambda}_j\right|$。

综上所述,最终选择出的主导模式j_{dom}代表当前系统状态中最显著的动力演化方向,从$\tilde{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{dom}}$向量中提取出对应于电价模式的行分量$(\tilde{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{dom}})_1$,构成式(9)中的跳跃项$J_k$。最终式(9)写作:

$$\begin{cases}p_t=f_{\mathrm{diff}}\left(\{p_k,l_k,J_k\}_{k=t-w}^{t-1}\right)+\delta_t\cdot J_t\\J_k=\tilde{\lambda}_{\mathrm{dom}}^k\left(\tilde{\boldsymbol{V}}_{\mathrm{dom}}\right)_1\end{cases} \tag{26}$$

3 KMCrossformer深度学习模型

在跳跃扩散变体框架下,2.2节中的跳跃项J_k不仅作为电价突变的激发源,还进一步作为输入变量

参与扩散项$f_{\text{diff}}\left(\{p_k, l_k, J_k\}_{k=t-w}^{t-1}\right)$的建模。在未引入Koopman模式的情况下，电价-负荷二维轨迹仅能描述两变量之间的显式关联，使得单一的Crossformer架构难以揭示系统潜在的动力学特征。引入Koopman模式后，得益于Koopman算子本身作为一种非线性动力学分析方法，能够在高维空间挖掘系统更深层次的非线性演化规律。因此，将其作为附加的第三维度，与原有变量共同构成图5所示的三维动力学轨迹。

进一步地，为预测扩散项f_{diff}，针对上述三维动力学轨迹，引入Crossformer深度学习架构[29]。其中，维度分段嵌入层（Dimension Segment Wise embedding，DSW）保留时间与变量两个维度的信息结构，两阶段注意力层（Two Stage Attention，TSA）如图5所示，能够有效建模时间演化与变量间交互，分层编码-解码器结构（Hierarchical Encoder-Decoder，HED）在多时间尺度上融合特征。

这种融合Koopman模式与Crossformer架构的深度学习模型，简称为KMCrossformer。

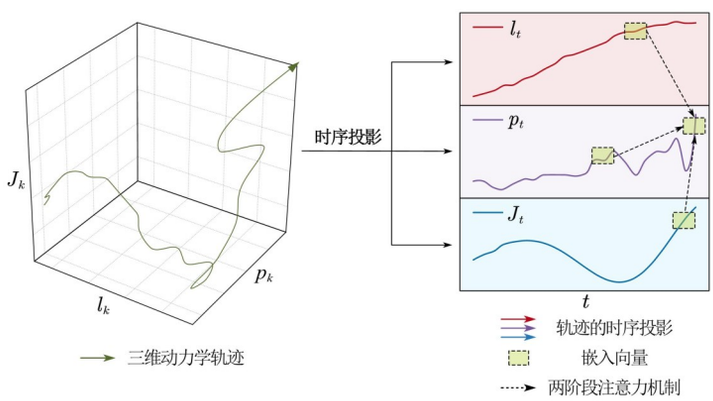


图5　基于三维动力学轨迹的两阶段注意力机制

Fig. 5　Two-stage attention mechanism based on 3D dynamical trajectories

3.1　维度分段嵌入层

传统Transformer模型通常将每个时间步的多变量特征压缩为单一嵌入向量$\boldsymbol{h}_k$，从而构成一维时间序列嵌入$\boldsymbol{H}=\left\{\boldsymbol{h}_k \middle| 1\leqslant k\leqslant w\right\}$。尽管此方法能有效捕捉时间依赖关系，但在特征维度上缺乏结构表达能力，难以建模变量之间的局部模式及动态关联。

KMCrossformer内含维度分段嵌入机制，令向量$\boldsymbol{X}_k:=\left\{p_k, l_k, J_k\right\}$，表示在时间步$k$上的电价、负荷与跳跃特征作为输入。具体地，令$\boldsymbol{X}_{i,d}^{(s)}$表示第$d$个维度变量中第$i$段的时间片段，$\boldsymbol{E}$为可学习投影矩阵，$\boldsymbol{P}_{i,d}^{(s)}$是位置编码，从而将每个变量上的时间序列划分为长度为L_{seg}的片段，对每一段应用线性投影与位置编码后映射为嵌入向量：

$$\boldsymbol{h}_{i,d}=\boldsymbol{E}\boldsymbol{X}_{i,d}^{(s)}+\boldsymbol{P}_{i,d}^{(s)} \tag{27}$$

最终，多变量时间序列被嵌入为一个包含时间（i）与变量（d）维度的张量。此外，通过在特征向量$\boldsymbol{X}_k$中引入基于Koopman的J_k作为额外维度，深度学习模型在该层也实现了非线性动力学演化的特征空间升维。

$$\boldsymbol{H}=\left\{\boldsymbol{h}_{i,d} \middle| 1\leqslant i\leqslant w/L_{seg}, 1\leqslant d\leqslant D\right\} \tag{28}$$

3.2　两阶段注意力层

两阶段注意力机制在时间与特征两个维度上分阶段处理，不仅实现了时序演化与变量交互两类信息的有效整合，还有效降低了计算复杂度。

3.2.1　跨时间注意力机制

Z为TSA层的输入向量，第一层以DSW输出的二维矩阵$\boldsymbol{H}$作为输入，其余层则依次以上一层的输出作为输入。所有特征维度共用一个多头自注意力层（Multi-Head Self-Attention，MSA）。

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{Z}}_d^{\text{time}}=\text{LayerNorm}\left(\boldsymbol{Z}_d+\text{MSA}\left(\boldsymbol{Z}_d,\boldsymbol{Z}_d,\boldsymbol{Z}_d\right)\right)\\ \boldsymbol{Z}^{\text{time}}=\text{LayerNorm}\left(\hat{\boldsymbol{Z}}^{\text{time}}+\text{MLP}\left(\hat{\boldsymbol{Z}}^{\text{time}}\right)\right)\end{cases} \tag{29}$$

式中，$\boldsymbol{Z}_d$表示输入向量在维度d上的所有时序数据，MSA(Q, K, V)通过比较不同位置的查询（Query）、键（Key）和值（Value）实现权重分配，MLP表示多层感知器（Multilayer Perceptron，MLP），LayerNorm表示层归一化，输出$\boldsymbol{Z}^{\text{time}}$作为下一阶段的输入，计算复杂度为$O(DL^2)$。

3.2.2 跨维度注意力机制

跨维度阶段以$\boldsymbol{Z}^{\text{time}}$为输入,如式(30)所示,通过设计路由机制[30],在每个时间步中聚合所有维度的全局信息并分配到各维度,得到在不同维度之间建立关联的最终输出向量$\boldsymbol{Z}^{\text{dim}}$。

$$\begin{cases} \boldsymbol{B}_i = \text{MSA}_1^{\text{dim}}\left(\boldsymbol{R}_i, \boldsymbol{Z}_i^{\text{time}}, \boldsymbol{Z}_i^{\text{time}}\right) \\ \bar{\boldsymbol{Z}}_i^{\text{dim}} = \text{MSA}_2^{\text{dim}}\left(\boldsymbol{Z}_i^{\text{time}}, \boldsymbol{B}_i, \boldsymbol{B}_i\right) \\ \hat{\boldsymbol{Z}}^{\text{dim}} = \text{LayerNorm}\left(\boldsymbol{Z}^{\text{time}} + \bar{\boldsymbol{Z}}_i^{\text{dim}}\right) \\ \boldsymbol{Z}^{\text{dim}} = \text{LayerNorm}\left(\hat{\boldsymbol{Z}}^{\text{dim}} + \text{MLP}\left(\hat{\boldsymbol{Z}}^{\text{dim}}\right)\right) \end{cases} \tag{30}$$

式中,$\boldsymbol{R}_i$为可学习的路由器向量,$\boldsymbol{B}_i$为来自所有维度的聚合信息。所有数据段$(1 \leqslant i \leqslant L)$共享相同的MSA,使得计算复杂度从$O(D^2L)$减少到$O(DL)$。

3.3 分层编码器-解码器

编码器在初始层($l=1$)以DSW所得$\boldsymbol{H}$矩阵作为输入,在随后各层($l>1$)中通过逐层合并相邻时间片段实现对不同时间尺度下潜在演化模式的提取。该设计对于高波动性的电价系统尤为适用,因为扩散项不仅包含沿较长时间尺度的周期性演化,也同样含有对短期不规则扰动的响应。

在解码器中,如式(31)所示,针对第l层解码器输出$\boldsymbol{Z}_{l,d}^{\text{dec},l}$,通过线性映射$\boldsymbol{W}^l$输出在该层的具体预测值。如式(32)所示,通过对不同尺度下的多层结果相加,最终同时包含模型对跳跃项与扩散项未来时刻的预测值。

$$\boldsymbol{X}_{t:t+\tau-1}^{pred,l} = \left\{ \boldsymbol{W}^l \boldsymbol{Z}_{i,d}^{dec,l} \middle| 1 \leqslant i \leqslant \tau / L_{seg}, 1 \leqslant d \leqslant D \right\} \tag{31}$$

$$\boldsymbol{X}_{t:t+\tau-1}^{pred} = \sum_{l=0}^{L} \boldsymbol{X}_{t:t+\tau-1}^{pred,l} \tag{32}$$

4 算例分析

为验证所提出跳跃扩散模型的有效性,本文选取澳大利亚昆士兰州电价剧烈波动时期(2024年1月16日至1月27日)作为研究区间,采集该阶段电价与负荷的高分辨率数据(采样间隔为5分钟),以确保包含突然飙升的电价。后续算例分析中的负荷及电价均已经过数据预处理。

在异常识别环节,研究采用95%分位数设定LOF得分的阈值。图6给出基于LOF得分的二维热力散点分布。从图中可以清晰观察到,随着系统负荷的持续上升,电价发生异常跃变的概率显著增大,这与"曲棍球棒"电价形态理论相一致。其中,蓝色区域对应系统的正常运行状态,即图1(b)所示的折点前区域;红色区域则对应可能出现离群行为的异常区间,即图1(b)的折点后区域。

研究结果表明,系统负荷不仅在整体上驱动电价的平稳演化趋势,而且在接近临界状态时可能诱发价格的突发性跳跃行为。LOF方法能够有效识别并刻画电价演化过程中的差异化区域特征,为后续预测模型奠定了基础。

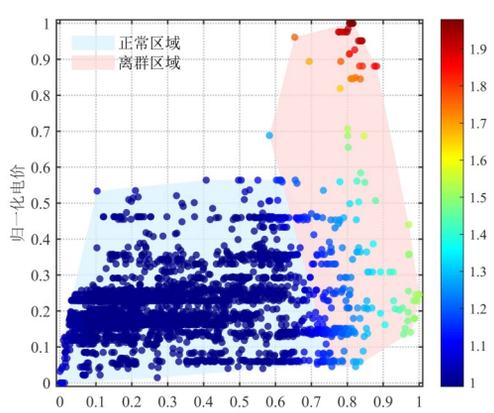


图6 基于LOF得分的热力散点图与区域划分

Fig. 6 Heatmap scatter plot and regional partitioning based on LOF scores

接下来,对识别出的离群点通过时间缓冲机制聚合为跳跃事件簇。选取每簇中电价的极值点作为典型异常代表,并将其之前的50个时间步定义为其前兆不稳定窗口,如图7浅色带宽所示。

针对跳跃项,采用Arnoldi算法提取Koopman

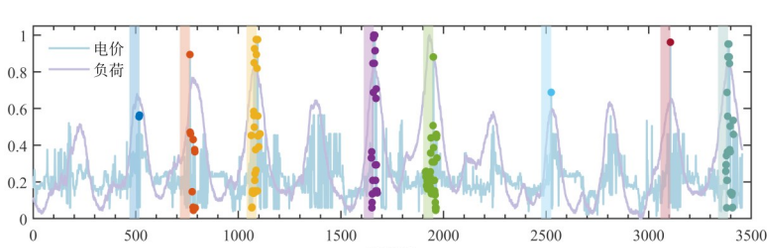


图7 不同跳跃簇的前兆不稳定窗口

Fig. 7 Precursor unstable windows of different jump clusters

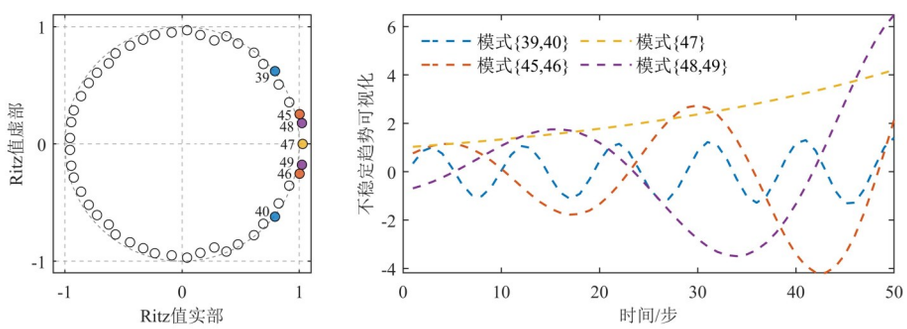
主导模式。表1节选展示了后续训练集及验证集中跳跃簇前兆不稳定窗口内的Koopman特征模式对。以区间6为例，如图8(a)所示，模式{39,40}、{45,46}、{47}及{48,49}的Ritz值分布于单位圆之外($|\tilde{\lambda}_j|>1$)，相关动力分量的大小随时间推移而增长，因此象征不稳定的动力学。在图8(b)所示这些不稳定模式中，模式{39,40}具有最高的振荡频率，而模式{48,49}对应于系统增长最显著的动力学分量，可视为该区间不稳定趋势的主导模式。

针对扩散项，引入Koopman主导模式作为第三维度构建三维演化关联结构。图9依次展示了表1对应的演化轨迹。在此基础上，自首个长度为50个时间步的前兆不稳定窗口出发，数据集按照7∶1∶2的比例划分为训练集、验证集、测试集，基于KMCrossformer深度学习对滚动窗口的演化轨迹进行预测。

表1　前兆不稳定区间的主导Ritz特征对

Table 1　Dominant Ritz eigenpairs in the unstable precursor interval

前兆不稳定区间序号	主导模式序号j_{dom}	Ritz向量电价分量$(\tilde{V}_{\mathrm{dom}})_1$	Ritz值$\tilde{\lambda}_{\mathrm{dom}}$
1	1	2.400×10^{-1}	1.006
2	1	1.069×10^{-1}	1.020
3	41	3.245×10^{-1}	1.005
4	43	2.247×10^{-1}	1.015
5	(37, 38)	$5.165\times10^{-3}\pm i9.19\times10^{-4}$	$1.057\pm i1.229\times10^{-1}$
6	(48, 49)	$-6.238\times10^{-3}\pm i4.977\times10^{-3}$	$1.023\pm i1.777\times10^{-1}$



(a) Ritz值分布图　　(b) 对应模式的不稳定趋势可视化

图8　前兆不稳定区间6中不稳定Koopman模式演化趋势可视化

Fig. 8　Visualization of evolutionary trends of unstable Koopman modes in precursor instability interval 6

图10展示了扩散项与跳跃项的单步预测结果。其中，Koopman主导模式作为跳跃项能够有效预测尖峰型不稳定趋势的发生；与此同时，Koopman协同输入的增强扩散项在系统平稳运行阶段相比基线模型展现出更强的鲁棒性，能够在一定程度上主动过滤对尖峰趋势的响应，以避免模型中对同一扰动信号的冗余表达。

研究设定临界动力学阈值$J^*=0.125$。最终，图11对比展示了跳跃扩散预测模型与基线Crossformer模型在单步预测下的电价演化曲线；图12则从统计特征角度直观呈现了在集中趋势、离散程度及异常值分布等方面的差异。可以观察到：本文跳跃扩散预测模型在尖峰波动与不稳定振荡的识别方面表现出更强的前瞻性与动态适应能力，在分布形态上也更接近真实电价序列，体现出较高的拟合质量与结构鲁棒性。

表2汇总了不同预测算法在电价预测任务中的性能评估结果。选取均方根误差(Root Mean Square Error，RMSE)与平均绝对误差(Mean Absolute Error，MAE)作为预测精度的主要定量指标，计算公式如式(33)与式(34)所示。

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(p_i-\hat{p}_i\right)^2} \tag{33}$$

$$\mathrm{MAE}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|p_i-\hat{p}_i\right| \tag{34}$$

式中，n为样本总数(即时间点数量)，p_i与$\hat{p}_i$分别表示第i个时间点的实际电价与模型预测电价。

在统一的电价数据集下，不同算法误差对比如表2所示。

表2结果表明，尽管部分对比方法在不同预测

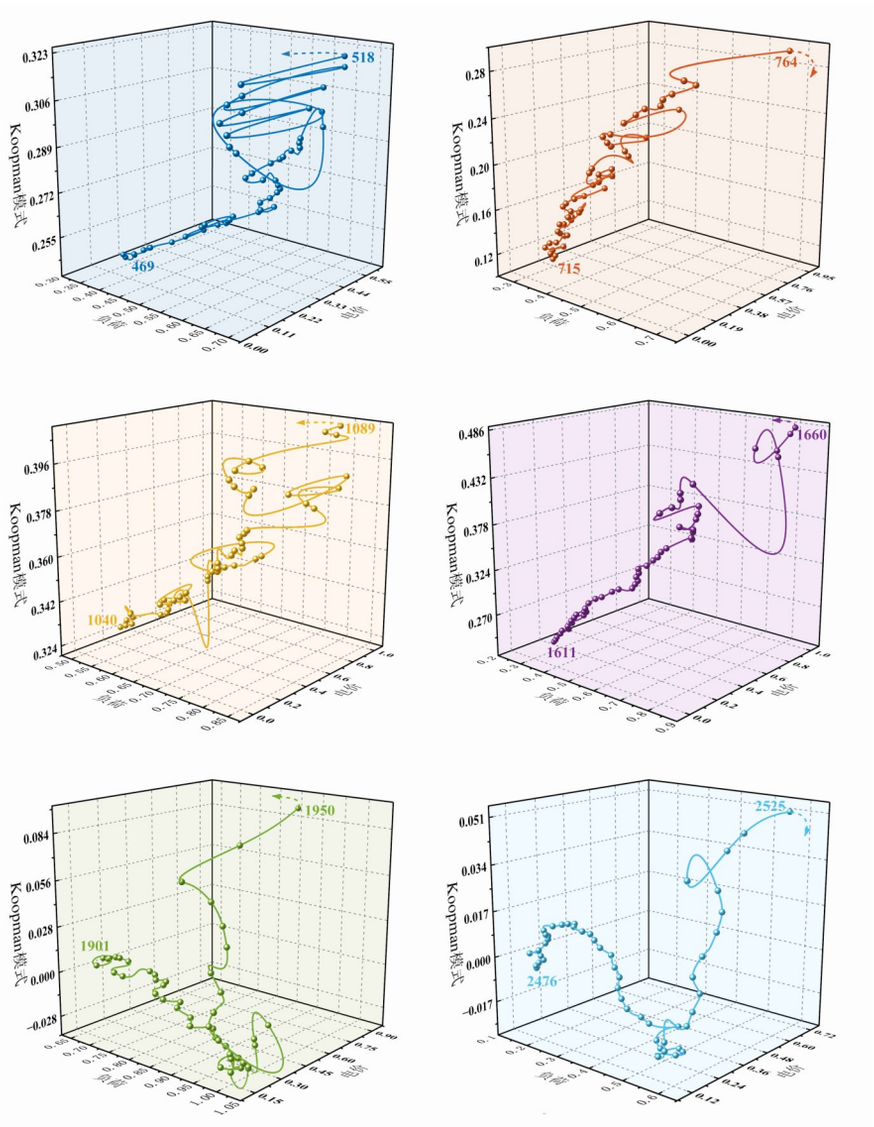


图9 前兆不稳定窗口的三维动力学演化轨迹图

Fig. 9 3D dynamical evolution trajectories for selected precursor unstable windows

步长下的性能表现存在一定差异,KMCrossformer的整体预测结果优于其他模型。其中,在单步预测任务中的RMSE降低了13.58%,MAE降低了10.69%;而在300-36多步预测中,RMSE降低了13.94%,MAE降低了19.54%。由于本文所提出方法在不同尺度下均获得了较为理想的误差指标,进一步证明了其在电价预测应用中的适应性。

5 结论

本文针对电力市场中电价的剧烈波动特性,提出了一种融合动力学结构与KMCrossformer深度学习的电价跳跃扩散预测模型。针对澳大利亚昆士兰州高波动时段的高频电价数据集验证了模型的有效性与适用性。主要结论如下:

(1) 本文基于LOF方法,有效识别出电价序列中的异常跃迁行为,并归纳为跳跃事件簇,揭示并验证了电力市场中运行状态与负荷波动之间存在的非线性耦合机制。

(2) 基于Koopman算子提取系统的主导演化模式,通过在升维特征空间中构建包含动力学轨迹的三维演化结构,实现了跳跃项与扩散项在动力学层面的有效解耦。

(3) KMCrossformer深度学习融合跨维度注意力机制。相较于基准模型,跳跃扩散模型中的跳跃项能够敏锐捕捉尖峰趋势的发生,而结合Koopman模式输入的扩散项则有助于抑制稳定态演化过程中对非显著扰动的冗余响应。最终的预测结果在统计分布特征上高度拟合真实电价序列。

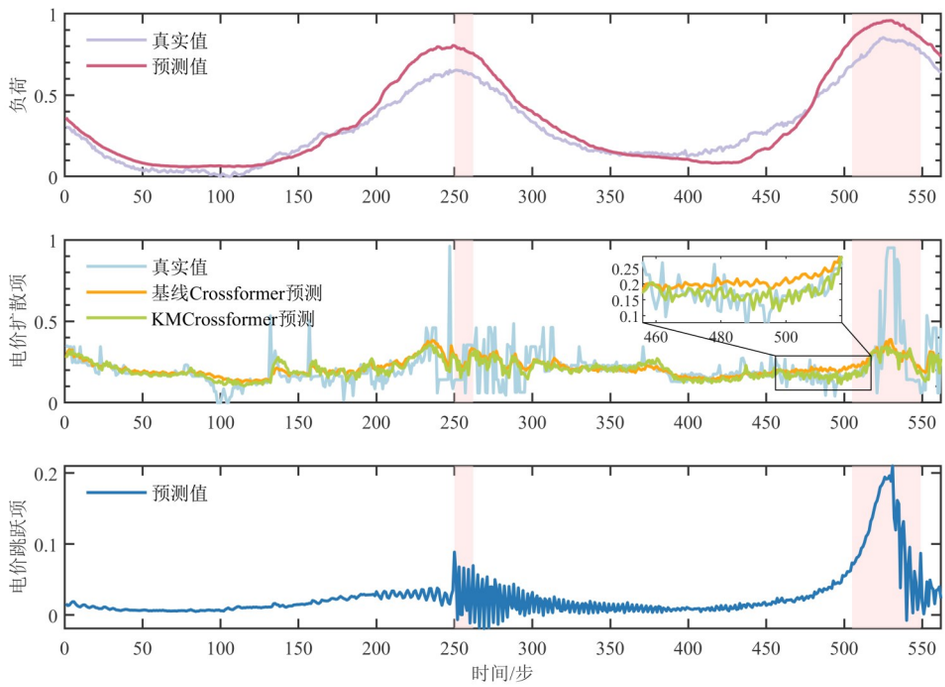


图 10　包含负荷、扩散项与跳跃项在内的单步预测结果

Fig. 10　One-step prediction results including load, diffusion and jump term

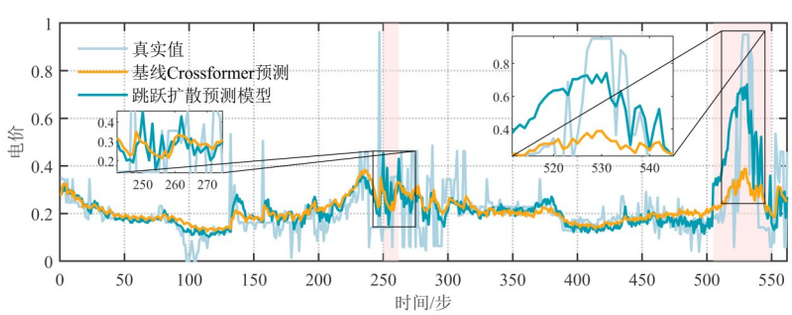


图 11　跳跃扩散预测模型与基线 Crossformer 模型的单步预测对比

Fig. 11　One-step prediction comparison between the Jump-Diffusion Model and baseline Crossformer model

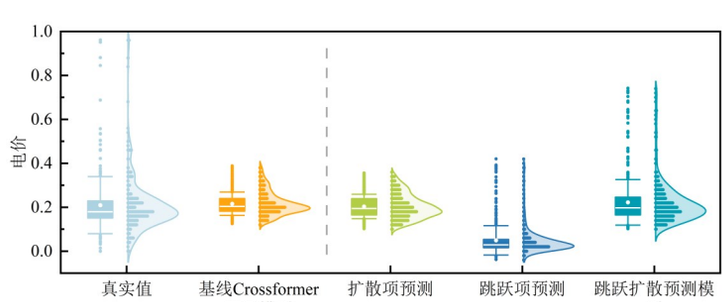


图 12　数据分布箱线图与小提琴图

Fig. 12　Box plot and violin plot of data distribution

尽管该方法在剧烈波动的时间序列预测中具有良好的表现,但其对持续时间过短的价格飙升事件仍存在一定识别与响应滞后,可能与模型的时间分辨率和响应时限有关。未来工作可通过引入跨区域电网互联信息,增强模型对系统状态变化的感知能力,从而减少因单一电网信息局限而导致的预测误差与不确定性。

表2 不同算法误差对比

Table 2 Error comparison across different algorithms

输入—预测步长	模型	RMSE	MAE
50—1	KMCrossformer	0.0662	0.0309
	基线Crossformer	0.0800	0.0417
	Transformer	0.0766	0.0352
	Autoformer	0.0855	0.0495
	PatchTST	0.0770	0.0346
	LSTM	0.0976	0.0792
	CNN	0.0936	0.0694
100—12	KMCrossformer	0.0811	0.0376
	基线Crossformer	0.0914	0.0485
	Transformer	0.0979	0.0503
	Autoformer	0.1140	0.0782
	PatchTST	0.0970	0.0521
	LSTM	0.1014	0.0774
	CNN	0.0987	0.0732
300—36	KMCrossformer	0.0877	0.0494
	基线Crossformer	0.1019	0.0614
	Transformer	0.1132	0.0698
	Autoformer	0.1202	0.0829
	PatchTST	0.1060	0.0678
	LSTM	0.1102	0.0810
	CNN	0.1211	0.0902

参考文献:

[1] 陈宇聪,白晓清.考虑时序二维变化的日前市场电价预测模型[J].电力系统及其自动化学报,2024,36(07):22-29.
CHEN Yucong, BAI Xiaoqing. Forecasting model of day-ahead market electricity price considering 2D variation of time series [J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2024, 36(07): 22-29.

[2] 刘丽燕,邹小燕.GARCH族模型在电力市场电价预测中的比较研究[J].电力系统保护与控制,2016,44(04):57-63.
LIU Liyan, ZOU Xiaoyan. Comparison of GARCH models in electricity price forecasting [J]. Power System Protection and Control, 2016,44(04):57-63.

[3] 李国庆,刘钊,金国彬,等.基于随机分布式嵌入框架及BP神经网络的超短期电力负荷预测[J].电网技术,2020,44(2):437-445.
LI Guoqing, LIU Zhao, JIN Guobi, et al. Ultra short-term power load forecasting based on randomly distributive embedded framework and BP neural network [J]. Power System Technology, 2020, 44(2): 437-445.

[4] 陈杰尧,陶春华,马光文,等.基于数据挖掘与支持向量机的现货市场出清价预测方法[J].电网与清洁能源,2020,36(10):14-19+27.
CHEN Jieyao, TAO Chunhua, MA Guangwen, et al. Forecasting method of spot market clearing price based on data mining and support vector machine [J]. Power System and Clean Energy, 2020, 36(10): 14-19+27.

[5] 徐任超,阎威武,王国良,等.基于周期性建模的时间序列预测方法及电价预测研究[J].自动化学报,2020,46(06):1136-1144.
XU Ren-Chao, YAN Wei-Wu, WANG Guo-Liang, et al. Time series forecasting based on seasonality modeling and its application to electricity price forecasting [J]. Acta Automatica Sinica, 2020, 46(06):1 136-1144.

[6] 吉兴全,曾若梅,张玉敏,等.基于注意力机制的CNN-LSTM短期电价预测[J].电力系统保护与控制,2022,50(17):125-132.
JI Xingquan, ZENG Ruomei, ZHANG Yumin, et al. CNN-LSTM short-term electricity price prediction based on an attention mechanism [J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(17):125-132.

[7] 赵雅雪,王旭,蒋传文,等.基于最大信息系数相关性分析和改进多层级门控LSTM的短期电价预测方法[J].中国电机工程学报,2021,41(01):135-146+404.
ZHAO Yaxue, WANG Xu, JIANG Chuanwen, et al. A novel short-term electricity price forecasting method based on correlation analysis with the maximal information coefficient and modified multi-hierachy gated LSTM [J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(01): 135-146+404.

[8] Vaswani A, Shazeer N, Parmar N, et al. Attention is all you need [J]. Advances in neural information processing systems, 2017, 30.

[9] Cheng Qilin, Li Zihao, Wang Xin, et al. Autoformer based electricity market price forecasting for risk mitigation [C]//2023 IEEE 7th Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2). IEEE, 2023: 3426-3431.

[10] Nie Yuqi, Nguyen N H, Sinthong P, et al. A time series is worth 64 words: Long-term forecasting with transformers [J]. arXiv preprint arXiv: 2211.14730, 2022.

[11] Afanasyev D O, Fedorova E A. On the impact of outlier filtering on the electricity price forecasting accuracy [J]. Applied Energy, 2019, 236: 196-210.

[12] Christensen T M, Hurn A S, Lindsay K A. Forecasting spikes in electricity prices [J]. International Journal of Forecasting, 2012, 28(2): 400-411.

[13] Cuaresma J C, Hlouskova J, Kossmeier S, et al. Forecasting electricity spot-prices using linear univariate time-series models [J]. Applied Energy, 2004, 77(1): 87-106.

[14] Huisman R, Mahieu R. Regime jumps in electricity prices [J]. Energy economics, 2003, 25(5): 425-434.

[15] Chan K F, Gray P, van Campen B. A new approach to characterizing and forecasting electricity price volatility [J]. International Journal of Forecasting, 2008, 24(4): 728-743.

[16] Zhang Chenxu, Fu Yong, Gong Lin. Short-term electricity price forecast using frequency analysis and price spikes oversampling [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2022, 38(5): 4739-4751.

[17] Vu D H, Muttaqi K M, Agalgaonkar A P, et al. Short-term forecasting of electricity spot prices containing random spikes using a time-varying autoregressive model combined with kernel regression [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(9): 5378-5388.

[18] Shi Wei, Wang Yufeng, Chen Yiyuan, et al. An effective two-stage electricity price forecasting scheme [J]. Electric Power Systems Research, 2021, 199: 107416.

[19] Liu Shengyuan, Jiang Yicheng, Lin Zhenzhi, et al. Data-driven two-step day-ahead electricity price forecasting considering price spikes [J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2022, 11 (2): 523-533.

[20] Mount T D, Ning Yumei, Cai Xiaobin. Predicting price spikes in electricity markets using a regime-switching model with time-varying parameters [J]. Energy Economics, 2006, 28(1): 62-80.

[21] 李正欣,赵林度.电力市场中的价格钉研究[J].继电器,2008,(01):52-56+62.
LI Zheng-xin, ZHAO Lin-du. Study of price spikes in power market [J]. RELAY, 2008,(01):52-56+62.

[22] 庄池杰, 张斌, 胡军, 等. 基于无监督学习的电力用户异常用电模式检测[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36 (2): 379-387.
ZHUANG Chijie, ZHANG Bin, HU Jun, et al. Anomaly detection for power consumption patterns based on unsupervised learning [J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(2): 379-387.

[23] 崔晓杰, 王家耀, 巩现勇, 等. 利用模糊密度聚类和双向缓冲区自动识别热点区[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2019,44(01):84-91.
CUI Xiaojie, WANG Jiayao, GONG Xianyong, et al. Hotspot area recognition by using fuzzy density clustering and bidirectional buffer [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2019, 44(01): 84-91.

[24] Brunton S L, Brunton B W, Proctor J L, et al. Koopman invariant subspaces and finite linear representations of nonlinear dynamical systems for control [J]. PloS one, 2016, 11(2): e0150171.

[25] 贾继莹.Koopman算符在一些动力系统中的算法和应用研究[D].北京:清华大学,2015.
Jia Jiying. Research on the algorithms and applications of Koopman operator on some dynamical systems [D]. Beijing: Tsinghua University, 2015.

[26] 杨雨昕,姚伟,邓贤哲,等.基于Koopman时序延拓和CNN-Transformer模型的频率稳定指标预测[J].电网技术,2025,49(08):3474-3485.
YANG Yuxin, YAO Wei, DENG Xianzhe, et al. Frequency stability index prediction based on Koopman time series extension and CNN-Transformer model[J]. Power System Technology,2025,49(08):3474-3485.

[27] Susuki Y, Mezić I. Nonlinear Koopman modes and power system stability assessment without models [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 29(2): 899-907.

[28] 周一辰,李金泽,李永刚,等.Koopman原理内嵌MLP神经网络模型驱动的电力系统非线性振荡特征分析方法[J].电力自动化设备,2024,44(10):132-139.
ZHOU Yichen, LI Jinze, LI Yonggang, et al. Analysis method of nonlinear oscillation characteristics for power system driven by MLP neural network model embedded in Koopman principle[J]. Electric Power Automation Equipment,2024,44(10):132-139.

[29] Zhang Yunhao, Yan Junchi. Crossformer: Transformer utilizing cross-dimension dependency for multivariate time series forecasting [C]//The eleventh international conference on learning representations. 2023.

[30] 蔡屹,张薇.基于STL-Crossformer的综合能源系统多元负荷预测[J].东北电力大学学报,2024,44(01):34-41.
CAI Yi, ZHANG Wei. Multi-Load Forecasting of Integrated Energy Systems Based on STL-Crossformer[J]. Journal of Northeast Electric Power University, 2024, 44(01):34-41.